Le modèle du gaz parfait

P1 – Chapitre 1

I. Définitions

La thermodynamique est **l'étude des échanges d'énergie**. Il en existe deux types : le travail à l'état macroscopique et la chaleur à l'état microscopique.

L'équilibre d'un système désigne un gaz dans lequel il n'y a **pas de variation des grandeurs** (pression, température) **dans le temps et l'espace**. (Il existe toujours un mouvement aléatoire thermique).

Echelle Celsius : $\underline{\theta = T - 273{,}15}$ (273,15 K : t° d'équilibre entre l'eau solide et l'eau liquide)

II. Hypothèses

- Les **interactions électrostatiques** sont négligés (car le gaz est très dilué).
- Le **poids** des particules est négligé.

III. Les gaz monoatomique

$$\boxed{\begin{aligned} U &= \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m v_i^2 + mc^2 \\ U &= \frac{3}{2} NkT + Cte = \frac{3}{2} nRT + Cte \\ U &= nC_{mv}T + Cte = m_{gaz} c_v T + Cte \end{aligned}}$$

$$N_A k = R \qquad C_{mv} = \frac{3}{2} R \qquad c_v M = C_{mv}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{3}{2} NkT \quad (*)$$

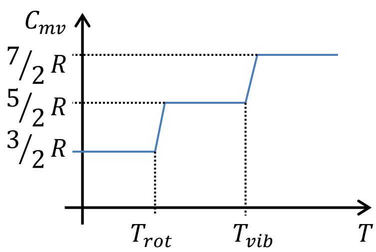
$$\boxed{u_q^2 = \langle v_i^2 \rangle = \frac{3kT}{m}}$$

U (J) :	énergie interne
u_q (m.s^{-1}) :	vitesse quadratique moyenne
C_{mv} :	capacité thermique molaire à volume cst
c_v :	capacité thermique massique à volume cst
$(*)$:	température cinétique
T (K) :	température
N :	nombre de molécule
n (mol) :	quantité de matière
k :	constante de Boltzmann
R :	constante des gaz parfaits
N_A :	constante d'Avogadro

IV. Les gaz diatomiques

$$U = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m v_i^2 + mc^2 + \mathcal{E}_{i_{structure}} = nC_{mv}T + Cte$$

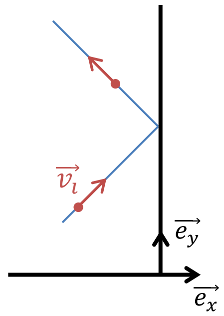
Gaz diatomique	Température	$\langle \mathcal{E}_{i_{structure}} \rangle$	C_{mv}
	$T < T_{rot}$	0	$\frac{3}{2}R$
Indéformable	$T > T_{rot}$	kT	$\frac{5}{2}R$
Déformable	$T > T_{vib} > T_{rot}$	$2kT$	$\frac{7}{2}R$



A des températures « normales », les molécules sont indéformables donc $C_{mv} = \frac{5}{2} R$.

V. Modèle simplifié du gaz parfait

> Le mouvement des molécules est comparable à celui de balles de tennis. Toutes les directions sont équivalentes.



$$\begin{cases} \langle {v_i}_x^2 \rangle = \langle {v_i}_y^2 \rangle = \langle {v_i}_z^2 \rangle = \dfrac{u_q^2}{3} \\ \langle v_{i_{x>0}}^2 \rangle = \langle v_{i_{x<0}}^2 \rangle = \dfrac{u_q^2}{6} \end{cases}$$

VI. La pression

Quand une molécule heurte la paroi, elle lui cède une quantité de mouvement et est réfléchie. Elle conserve sa vitesse (et donc son énergie cinétique).

Calcul	Formule simple	Résultat
Quantité de mouvement reçue par la surface ΔS lorsqu'elle est heurtée par une molécule i	$\vec{p_u} = 2mv_{i_x}\vec{e_x}$	
Nombre de particules de vitesse $\vec{v_i}$ qui heurtent ΔS pendant Δt	$N_{part} = \overbrace{\frac{N(\vec{v_i})}{V}}^{\text{densité de part de vitesse } \vec{v_i}} \overbrace{\overrightarrow{\Delta S}\cdot\vec{v_i}\Delta t}^{\text{vol cylindre contenant ces particules}}$ $N_{part} = \frac{N(\vec{v_i})}{V}\Delta S\, v_{i_{x>0}}\,\Delta t$	
Quantité de mouvement reçue par ΔS pendant Δt par ces particules	$\vec{p_i} = N_{part}\vec{p_u}$	$\vec{p_i} = 2m\frac{N(\vec{v_i})}{V}\Delta S\, v_{i_{x>0}}^2\,\Delta t\,\vec{e_x}$
Quantité de mouvement totale reçue par ΔS pendant Δt	$\vec{p_2} = \sum_{i=1}^{N}\vec{p_i}$	$\vec{p_2} = \frac{2m\,\Delta S\,\Delta t}{V}\vec{e_x}\sum_{i=1}^{N}N(\vec{v_i})\,v_{i_{x>0}}^2$
Force reçue par ΔS	$\vec{f} = \frac{\vec{p_2}}{\Delta t}$	$\vec{f} = \frac{2m\,\Delta S}{V}\vec{e_x}\sum_{i=1}^{N}N(\vec{v_i})\,v_{i_{x>0}}^2$
Pression	$P = \frac{\Vert\vec{f}\Vert}{\Delta S}$	$P = \frac{2mN}{V}\underbrace{\frac{\sum_{i=1}^{N}N(\vec{v_i})\,v_{i_{x>0}}^2}{N}}_{=\langle v_{i_{x>0}}^2\rangle = \frac{u_q^2}{6}}$

$$\boxed{P = \frac{mN}{V}\frac{u_q^2}{3} = \frac{NkT}{V} \quad\Leftrightarrow\quad PV = nRT}$$

Pression partielle d'un gaz : pression du gaz seul à la même t° et au même V. $\boxed{P = P_1 + P_2}$

VII. Equation de Van der Waals

$$\boxed{\left(P + a.\frac{n^2}{V^2}\right)\underbrace{(V - nb)}_{\text{volume du vide}} = nRT}$$

> $b = N_A v$: covolume molaire (v volume d'une molécule)
> a : constante qui dépend de l'espèce

VIII. Développement du viriel

$$\boxed{PV = nRT\left(1 + \frac{An}{V} + \frac{Bn^2}{V} + \cdots\right)}$$

On doit retrouver $PV = nRT$ quand $P \to 0 \frac{\text{et}}{\text{ou}} V \to +\infty$